

СРАВНИТЕЛНО ИЗСЛЕДВАНЕ НА ФРАКТАЛНИТЕ СВОЙСТВА НА НЯКОИ АФТЕРШОКОВИ СЕРИИ

Д. Господинов¹, Е. Маркова²

¹ Геофизичен Институт на Българска Акад. на Науките, ул. Ангел Букурещлиев, 6,
4000 Пловдив, e-mail: dragomir@plov.omega.bg

² Пловдивски университет "Паисий Хилендарски", ул. Цар Асен 24
4000 Пловдив, e-mail: eligeo@uni-plovdiv.bg

За много природни явления и обекти е характерна хаотичност и независимост от мащаба, в който те се изучават. При изучаването на земетресенията свойството на мащабна независимост най-напред е било установено за разпределението им по сила (закона за повторяемост) и за спада на интензивността на афтершоците във времето.

В настоящата работа се прави оценка на фракталните коефициенти на площното разпределение на земетресения от десет афтершокови серии от различни региони в света. При анализ на пространствената структура на всяка афтершокова серия, се използва така наречения двуточков корелационен интеграл. Направена е и оценка на p -стойността от закона на Omori за затихване на афтершоковата интензивност във времето. Между фракталните коефициенти за афтершоковите серии и съответните им p -стойности е установена положителна корелационна връзка.

Въведение

Настоящият анализ има за цел да установи дали пространственото и времево разпределение на афтершоците от различни серии показват фрактално поведение и дали съществува взаимовръзка между фракталните коефициенти.

Едно от свойствата на сеизмичния процес, за което най-напред е била установена независимост от мащаба е затихването на афтершоковата активност след силно земетресение. Първоначално интензивността $n(t)$ на афтершоковия процес е била приближена с хиперболичен закон, известен като закон на Omori (1894). По-късно Utsu (1957) показва, че интензивността спада във времето по степенен закон от вида

$$n(t) = t^{-p}, \quad (1)$$

където p коефициент на спада на интензивността. Валидността на формула (1) предполага, че релаксацията на средата след силно събитие чрез афтершокови серии следва фрактално поведение.

Много изследвания емпирично потвърждават, че p -стойностите варират от 0.6 до 2.5, като най-често са близки до 1.0 (Guo and Ogata, 1995, 1997; Kislinger and Jones, 1991). Наблюдавана е тяхната систематичност за различни региони. Не е

намерено обяснение, обаче, защо p -стойностите за различни афтершокови серии се различават. Възможна причина за това би могла да бъде мултифракталната природа на сеизмичността (Main, 1996). Hirata (1986) предлага статистически модел, който би могъл да бъде база за получаване на формула (1), като се използва информация за съществуващата разломна система. Такива резултати предполагат, че p -стойността би могла да бъде свързана с фракталния коефициент на подлежащата разломна структура. Всъщност в този случай се идентифицира връзка между пространствените характеристики на сеизмичността в даден регион и свойствата на сеизмичните последователности във времето. Най-общо се предполага, че p -стойността, която описва фракталните свойства на една сеизмична серия във времето, би могла да носи информация за механизма на релаксация на напрежението и за законите на триене в сеизмогенните зони.

Много научни изследвания потвърждават факта, че пространственото разпределение на земетресенията също има фрактални свойства (Kagan, 1991a). Фракталната размерност на плътното разпределение на земетресенията може да се определи с помощта на двучковия корелационен интеграл $C(l)$:

$$C(l) \propto l^{D_2}, \quad (2)$$

където D_2 се дефинира като фрактална размерност (корелационна фрактална размерност). Друг начин на определяне на фракталния коефициент е чрез процедура на броене на запълнените клетки (box-counting) (Hirata, 1989; Nanjo and Nagahama, 1998), а именно

$$N(r) \propto r^{-D_0}. \quad (3)$$

Тук r дава размера на клетките, а N е броя на запълнените клетки. Получената стойност за D_0 е фракталния коефициент, оценен на базата на клетъчната процедура.

И двата фрактални коефициента D_2 и D_0 отразяват свойства на пространственото разпределение на земетресенията и са доказателство за себеподобието на сеизмичния процес в различни негови мащаби. От друга страна се счита, че p -стойността също е свързана с някои черти на сеизмотектонската структура на дадена сеизмична зона. Ето защо би могло да се очаква да съществува релация между p -стойностите и фракталните коефициенти на афтершоковите серии. Получените в настоящата работа резултати показват положителна корелация между p -стойностите и D_2 фрактални коефициенти за десет афтершокови последователности.

Данни

В настоящето изследване бяха използвани данни за десет афтершокови серии от различни сеизмогенни зони. Целта беше да се провери дали вариацията в сеизмотектонските структури води до различни стойности на параметрите p и D . Таблица 1 съдържа пространствените координати и времената на възникване на главните земетресения на тези афтершокови последователности. Долната магнитудна граница за всички серии бе избрана да бъде $M=3.0$. Обикновено се счита, че тази граница не влияе върху определяните p -стойности.

Методология и резултати

Както бе споменато, честотата на афтершоците за единица време се описва доста добре от модифицираната формула на Omori (Utsu, 1957).

$$n(t) = K(t+c)^{-p}, \quad (4)$$

където K зависи от долната граница на изследваните магнитуди, а p и c се считат за независими от тази долна граница. Параметърът p определя спада на афтершоковата интензивност във времето. Съществуват различни методи за неговата оценка, но в настоящето изследване бе избран *метода на максималното правдоподобие*.

Основното ни допускане е, че афтершоковият процес във времето следва нестационарен Пуасонов точков процес, който напълно се описва от интензивността си $\lambda(t)$ (в нашия случай $\lambda(t)$ се представя от $n(t)$). При такова допускане се стига до проста форма на функцията на максимално правдоподобие

$$f(t_1, t_2, \dots, t_N; N) = \left\{ \prod_i \lambda(t_i) \right\} \exp \left\{ - \int_S^T \lambda(t) dt \right\}, \quad (5)$$

където $\{f(t_1, t_2, \dots, t_N; N)\}$ са времената на възникване на афтершоците във времеви интервал $[S, T]$ след главното земетресение, за който са извършвани наблюдения ($t_i = 0$ обикновено съпада с времето в огнището на главния трус). След това комбинирайки равенства (5) и (4), ние получаваме функцията на максималното правдоподобие за афтершоковата серия, както следва

$$\ln L(K, c, p) = \sum_{i=1}^N \ln \lambda(t_i) - \int_S^T \lambda(t) dt. \quad (6)$$

Оценките на максималното правдоподобие (Ogata, 1983) на параметрите K, c, p са тези, при които функцията (6) получава максимална стойност. Процедурата на оценяването е извършена числено и получените стойности на параметъра p са поместени в Таблица 1.

Що се отнася до фракталното поведение, то е валидно и за пространствените разпределения на земетресенията със значителна вариация на фракталните коефициенти (Guo and Ogata, 1997). Двучковият корелационен интеграл $C(l)$ често се използва за определяне структурата на точково разпределение в пространството. $C(l)$ се дефинира като:

$$C(l) = \frac{1}{N^2} \sum_{i \neq j} H(l-L), \quad (7)$$

където N е общият брой точки (афтершоци), $L = \left\| \overline{x_i} - \overline{x_j} \right\|$ е разстоянието между векторите $\overline{x_i}$ и $\overline{x_j}$, които определят разположението на точките, а $H(z)$ е функцията на Хевисайд, равна на 1.0 при $z \geq 0$ и равна на 0.0 при $z < 0$. Ако пространственото разпределение на *афтершоците* показва мащабна инвариантност, тогава $C(l)$ трябва да удовлетворява равенство (2) и D_2 се нарича фрактална размерност.

Определен по такъв начин този параметър дава мярка за степента на фракталната кластеризация на точките. По-ниските стойности определят по-сбити кластери (Hirata et al., 1987). Ако разпределението на точките е напълно случайно в двумерно пространство, то D_2 е 2.0. Намалването на стойността му до по-малка от 2.0 означава, че точковото разпределение се стреми да се групира повече отколкото, ако то е напълно случайно. За оценка на фракталния коефициент D_2 в статията са използвани равенства (2) и (7). Ако построим графика на кумулативния

брой случаи в зависимост от разстоянието между епицентрите в двойно-логаритмичен мащаб, то на практика фракталният коефициент се получава от наклона на праволинейния участък на зависимостта, построен по метода на най-малките квадрати.

За да се приложи формула (7), обаче, трябва да се дефинира първо разстоянието L между епицентрите на два афтершока, което се дава от

$$L = \sqrt{((\varphi_{i+1} - \varphi_i) 111)^2 + (\beta(\lambda_{i+1} - \lambda_i))^2}, \quad (8)$$

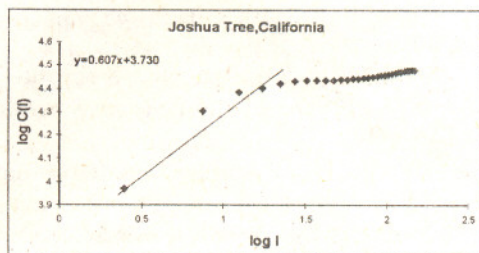
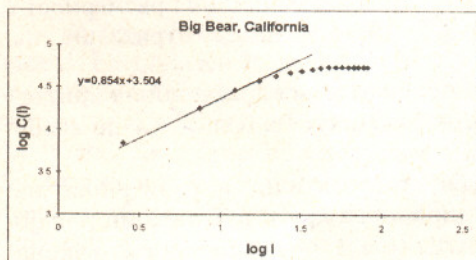
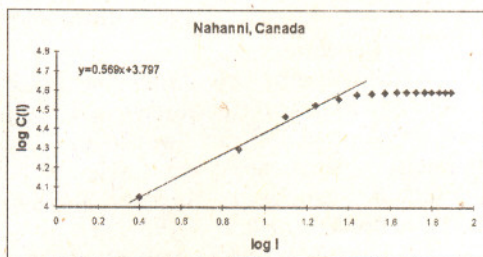
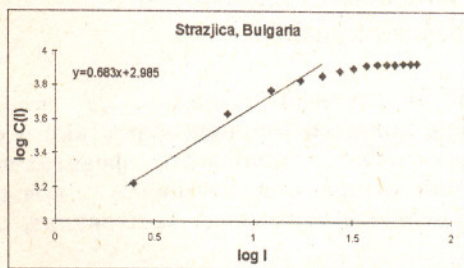
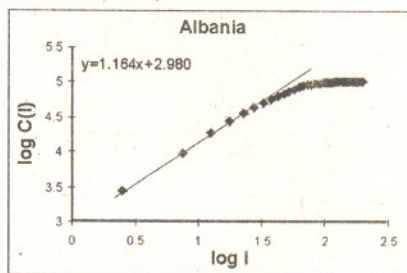
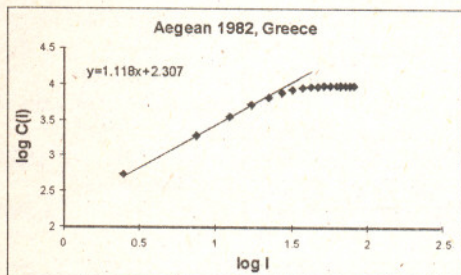
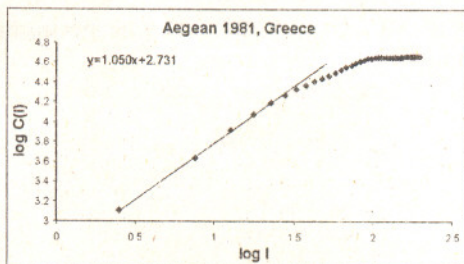
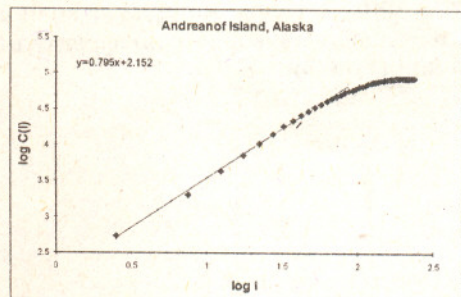
където коефициентът β зависи от географската ширина. За малки области като тези, обхванати от афтершоковите серии, равенство (8) е добро приближение на реалното разстояние между събитията. Получените оценки за D_2 са поместени в Таблица 1 и се изменят в интервала от 0.57 до 1.16.

Таблица 1

Земетръсен регион	Дата (dd.mm.yy)	Време	Геогр. ширина	Геогр. дължина	Магнитуд	p	D_2
Aegean 1981 Greece	19.12.81	14:10:51	39.22 N	25.25 E	7.2	1.033	1.050
Aegean 1982 Greece	18.01.82	19:27:25	39.96 N	24.39 E	6.9	1.187	1.118
Aegean 1983 Greece	06.08.83	15:43:51	40.14 N	24.74 E	6.9	-	-
Albania	15.04.79	06:19:40	41.94 N	19.08 E	7.2	1.156	1.164
Strazjica Bulgaria	07.12.86	14:17:08	43.19 N	26.01 E	5.7	0.93	0.683
Andreanof Island, Alaska	10.06.96	04:03:35	51.56 N	177.63 W	7.7	0.98	0.795
Joshua Tree California	23.04.92	04:54:15	33.94 N	116.32 W	6.1	0.948	0.607
Landers California	28.06.92	11:58	34.23 N	116.43 W	7.3	-	-
Big Bear California	28.06.92	15:05:31	34.20 N	116.83 W	6.4	1.057	0.854
Nahanni Canada	05.10.85	15:24:20	62.21 N	124.21 W	6.6	0.906	0.570

Таблицата съдържа зоната на огнището, пространствените координати, времето в огнището и магнитуда на главния трус на разглежданите афтершокови серии. Последните две колони показват оценките на p – параметъра на афтершоковия спад и фракталната размерност D_2 за тези афтершокови серии.

Фиг. 1 показва $C(l)$ като функция на l за различните серии. Ако в координатна



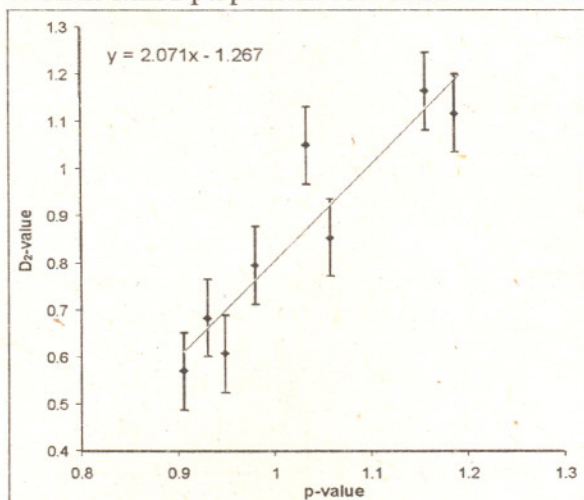
Фиг. 1. Графично изображение (и регресионна линия) на корелационния интеграл

$$C(l) = \frac{1}{N^2} \sum_{i \neq j} H(l-L)$$

в двойно-логаритмичен мащаб за използваните

афтершокови серии.

система по оста x нанесем стойностите на p , а по y – на D_2 , то между тези параметри се определя положителна корелация, представена от уравнението $D_2 = 2.071p - 1.267$. Тази зависимост е представена на Фиг. 2. Както може да се види от Таблица 1, за две от сериите не са открити мащабно-инвариантни фрактални свойства и те не са включени в регресионната линия на Фиг. 2.



Фиг. 2. Регресионна линия между стойностите на p и D_2 за изследваните афтершокови серии

Заклучение

Анализирани са пространствените и времеви свойства на десет афтершокови серии по отношение на мащабно-инвариантни характеристики и е направена проверка за възможна връзка между различните фрактални коефициенти. Времето поведение се характеризира с p -стойността, която представлява скоростта на спад на афтершоковата активност. Интервалът, в който тя се променя е 0.91-1.19.

Пространствената структура се представя от фрактална размерност, оценена от корелационния интеграл, и се нарича също 'корелационна размерност'. Стойностите на фракталната се променят от 0.57-1.16 и са отражение на фракталните кластерни свойства.

Между двата параметъра е установена положителна корелационна връзка. Както беше споменато, по-големите стойности на D_2 съответстват на по-слабо кластеризиране.

Корелации между стойностите на D_2 и фракталната размерност на сеизмичните разломни структури са идентифицирани и в други публикации (Nanjo and Nagahama, 1998), както и между стойностите на p и b -стойността от закона за повторемост на земетресенията (Nanjo et al., 1998). Такива резултати, както тези от настоящото изследване показват, че сеизмогенната структура управлява всички аспекти на сеизмичния процес – енергетични, времеви и пространствени. Ние искаме, обаче, да признаем, че важноста на резултатите, получени в изследвания като нашето, е ограничена поради известна замъгленост, от геотектонска гледна точка, в

дефинициите на изследваните параметри .

ЛИТЕРАТУРА

- Guo, Z. and Ogata Y., 1997, Statistical relations between the parameters of aftershocks in time, space and magnitude, *J.Geophys.Res.*, 102, 2857-2873.
- Hirata T., 1989, A correlation between b-value and the fractal dimension of earthquakes, *J.Geophys.Res.*, 94, 7507-7514.
- Hirata, T., Satoh, T., and Ito.K., 1987. Fractal structure of spatial distribution of microfracturing in rocks, *Geophys.J.R.Astr.Soc.*,90, 369-374.
- Kagan . Y.Y., 1991a, Fractal dimension of brittle structure, *J. Nonlinear Sci.*, 1, 1-16.
- Kislinger.,C., Jones, M., 1991, Properties of aftershocks in Southern California, *J.Geophys.Res.*, 96, 11947-11958
- Main, I.G., 1996, Statistical physics, seismogenesis, and seismic hazard., *Rev. Geophys.*, 34, 433-462
- Nanjo K. and H.Nagahama, 1998, Spatial distribution of aftershocks and the fractal structure of active fault systems, *PAGEOPH.*
- Nanjo, K., Nagahama, H., Satomura, M., 1998, Rates of aftershock decay and fractal structure of active fault systems, *Tectonophysics*, 287, 173-186.
- Ogata Y., 1983, Estimation of the parameters in the modified Omori formula for aftershock sequences by the maximum likelihood procedure, *J. Phys. Earth*, 31, 115-124
- Omori, F., 1894, On aftershocks (in Japanese), *Rep.Imp.Earthquake Invest. Comm.* 2, 103-139
- Utsu, T., 1957, Magnitude of earthquakes and occurrence of their aftershocks, *Zishin (J.Seismol.Soc.Jpn.)* 10;35-45 (in Japanese)

COMPARATIVE ANALYSIS OF AFTERSHOCKS FRACTAL PROPERTIES

D. Gospodinov¹, E. Marekova²

¹ e-mail: dragomir@plov.omega.bg, ² e-mail: eligeo@uni-plovdiv.bg

S u m m a r y

Scaling invariance and chaotic behavior constitute the base of a lot of natural hazards phenomena. It has first been confirmed that both aftershock rate decay in time and earthquake size distribution follow a power law. The spatial distribution of both regional seismicity and aftershocks show some fractal features. In this paper we estimate the fractal dimensions of epicenter spatial distribution for ten aftershock sequences in different seismic regions. We use the two point correlation integral to evaluate the spatial structure of each aftershock sequence. We also estimate p-values for the examined sequences which present the rate constants for aftershock decay. We compare fractal values and p-values for the different aftershock sequences and identify a positive correlation between them.

Получена в редакцията на 30.11.2001 г.