Научни трудове на Съюза на учените в България – Пловдив
Серия В. Техника и технологии, том VII.
Юбилейна научна сесия „60 години СУБ – Пловдив“, 4–5 ноември 2008
Scientific research of the Union of Scientists in Bulgaria – Plovdiv, series C. Technics and Technologies, Vol. VII., Union of Scientists 60th Anniversary Jubilee Scientific Session, 4–5 November 2008

КОРЕЛАЦИЯ МЕЖДУ *b*-СТОЙНОСТТА И ФРАКТАЛНАТА РАЗМЕРНОСТ ЗА АФТЕРШОКОВИ СЕРИИ

Е. Марекова, А. Маринов, М. Вутова
Пловдивски университет „П. Хилендарски“, eligeo@uni-plovdiv.bg

Abstract: we analyse aftershock events from same strong earthquakes. The seismicity is characterized by *b*-value of the Gutenberg-Richter relation and the fractal (correlation) dimension D_2 of earthquake epicenters calculated from sliding windows. In sach a way we have stadied the variation of *b* and D_2 with time. The result show a marked positive correlation implying more numerous smaller shocks with stress release along faults of a smaller surface area.

1. Увод

През последните 20–30 години нараства интересът към търсене на доказателства за фракталните свойства на сеизмичността, отнасящи се за нейните енергетични, времевите и пространствени характеристики. Фракталният подход се въвежда като статистически метод за количествено определяне на разпределението на сеизмичността в пространството и едновременно с това и на степента на случайност или кластеризация. Важно е да се спомене, че фундаментална характеристика на фракталите са тяхната мащабна-инвариантност.

В настоящата работа се прави оценка на изменението във времето на фракталните коефициенти на площното разпределение на земетресенията от няколко афершокови серии. При анализа на пространствената структура, се използва така наречения двуточков корелационен интеграл. Направени са и аналогични оценки на *b*-стойността от закона на ***Gutenberg-Richter***. Между фракталните коефициенти за афтершоковите серии и съответните им *b*-стойности е установена положителна корелационна връзка.

2. Метод на анализ

В последно време прилагането на методите на фракталните множества [1] в геофизиката получи широко разпространение [2–4]. Това отразява факта, че фракталния анализ се явява един от методите, приспособени за изучаване на самоподобните явления и процеси, а самоподобието в геофизиката играе важна роля [5, 6].

Фракталните обекти са извънредно много разпространени в природата [1]. Един от примерите за самоподобна структура е сеизмичния режим, т.е. съвкупността от земетресения, разглеждани като точки в пространството и времето, свързани с допълнителен параметър енергия. Класически пример, потвърждаващ самоподобието на сеизмичния режим, е закона за повторяемостта на ***Gutenberg-Richter***, имащ фундаментално значение в сеизмологията. За средния брой земетресения върху определена площ $N(M)$ с магнитуди по-големи от M, отнесен за единичен интервал от време, той се дава от израза:

$$\lg N(M) = a\text{-}bM, \qquad (1)$$

където a и b са параметри на закона за повторяемост.

На изследването на пространственото разпределение на сеизмичността са посветени мно-

жество публикации. Прилагането на методите на фракталните множества към набор от земетресения и микроразрушения при опити с образци [2, 4, 7] показали, че множеството от огнища има дробна размерност, чиято стойност е по-малка от размерността на пространството, вместващо огнището.

В настоящото изследване се използва b-стойността от закона на ***Gutenberg-Richter*** и фракталната корелационна размерност D_2 на разпределението на земетръсните епицентри. Тези параметри се явяват независими мярки за машабно-инвариантните свойства на разпределението по големина и пространственото групиране на земетресенията, съответно. Оценка на стойността на параметъра b се прави по метода на максималното правдоподобие:

$$b = \frac{\log_{10} e}{\overline{M} - M_0} \text{ [8]}, \qquad (2)$$

където $\overline{M}$ е средната стойност на магнитудите, а M_0 е минималната стойност за пълнота на земетръсния каталог.

В качеството на статистическа оценка на фракталната размерност при реализацията на N вектора $\{\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_N\}$ се използва т.нар. ***корелационен интеграл*** C (D):

$$C(\Delta) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i,j} H\left(\Delta - \left|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\right|\right), \qquad (3)$$

където $H(z)$ е функцията на Хевисайд, равна на 1 при $z \geq 0$ и равно на 0 при $z < 0$, а сумирането се извършва по всички различни двойки $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ [7]. ако наборът от точки е машабно-инвариантен, тогава $C(\Delta)$ се представя със степенен закон: $C(\Delta) \propto \Delta^{D_2}$, където D_2 се дефинира като ***корелационна фрактална размерност***

$$D_2 = \lim_{r \to 0} \frac{\log C(r)}{\log r}, \qquad (4)$$

N е общият брой точки (земетресения), $r = \left|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\right|$ е разстоянието между векторите $\mathbf{x}_i$ и $\mathbf{x}_j$, които определят разположението на точките. Разстоянието в километри между две събития се изчислява с формулата:

$$r = 111 \cdot \cos^{-1}\left[\cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos(\phi_1 - \phi_2)\right], \qquad (5)$$

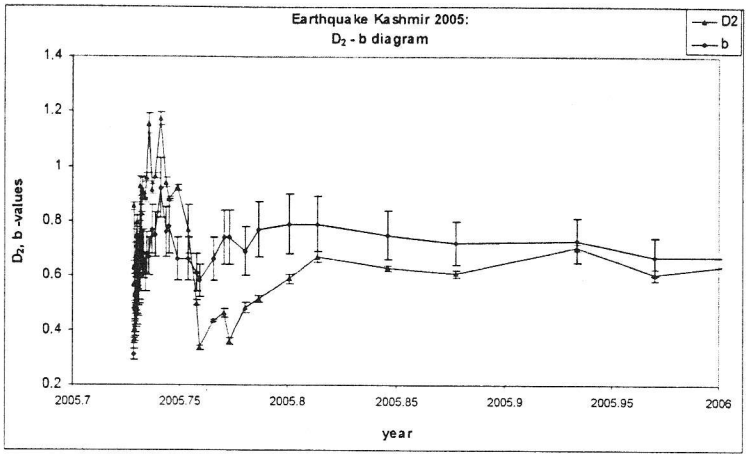
където (θ_1, ϕ_1) и (θ_2, ϕ_2) са географските ширини и дължини на всеки две земетресения от редицата.

Определен по такъв начин този параметър дава мярка за степента на фракталната кластеризация на точките. По-ниските стойности определят по-сбити кластери [4]. Ако разпределението на точките е напълно случайно в двумерно пространство, то D_2 е 2.0. Намаляването на стойността му до по-малка от 2.0 означава, че точковото разпределение се стреми да се групира повече отколкото, ако то е напълно случайно. За оценка на фракталния коефициент D_2 са използвани равенства (3) и (4). Ако построим графика на кумулативния брой случаи в зависимост от разстоянието между епицентрите в двойно-логаритмичен машаб, то на практика фракталният коефициент се получава от наклона на праволинейния участък на зависимостта, построен по метода на най-малките квадрати.

3. Данни и получени резултати

В настоящата работа се разглеждат само координатите на епицентрите на земетресенията. Това е обусловено от факта, че в съществуващите каталози дълбочината на земетресенията се определя с най-ниска точност. Използвани са каталози на афтершоковите серии на следните силни съвременни земетресения: Sumatra 2004 и 2007, Индийски океан; Kashmir 2005, Азия;

Loma Prieta 1989 и Parkfield 2004, Калифорния; Kobe 1995, Япония.



Фиг. 1. *Графиките показват стойностите на параметъра b и фракталната размерност D_2, определени за земетресението Kashmir 2005. Времевата координата съответства на датата на последното земетресение, попаднало в съответния прозорец на изчисления. За всяка стойност на показаните параметри са изобразени и стандартните отклонения, получени при изчисленията.*

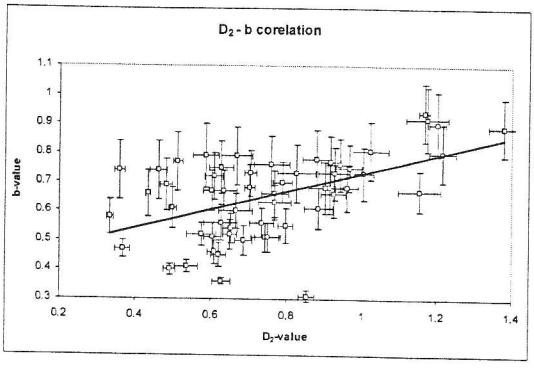
За да се изследват времевите промени в параметъра b, той се изчислява с използване на „плъзгащ се прозорец" от определен брой събития, като всеки следващ прозорец препокрива частично предходния. Фракталната размерност на разпределението на земетръсните епицентри се изчислява за същите времеви прозорци. Диаграма за времевите вариации на двата параметъра е дадена на фиг. 1. характерно за настоящото изследване е, че връзката, която се получава между параметрите е положителна; изключение прави само серията за Sumatra 2004, за която тя се получи отрицателна. Корелационните уравнения между параметрите b и D_2 са показани в таблица 1, заедно със съответния коефициент на корелация. На фиг. 2 е показан график на връзката само за земетресението Kashmir 2005, като на диаграмата са дадени и стандартните грешки, определени за всеки от параметрите.

Таблица 1. *Корелационни уравнения, получени за изследваните афтершокови серии*

No	земетресение	Корелационно уравнение	Коефициент на корелация R
1	Sumatra 2004	$b = 1.69 - 0.51D2$	$R = 0.69$
2	Sumatra 2007	$b = 0.57 + 0.13D2$	$R = 0.42$
3	Kashmir 2005	$b = 0.41 + 0.32D2$	$R = 0.52$
4	Parkfield 2004	$b = 0.58 + 0.67D2$	$R = 0.34$
5	Kobe 1995	$b = 0.70 + 0.32D2$	$R = 0.36$
6	Loma Prieta 1989	$b = 0.54 + 0.25D2$	$R = 0.42$

Има различни хипотези за обяснение на положителната корелация между изследваните параметри. Такова поведение може да бъде предизвикано от промяна в свойствата на скалите, предизвикано от главния трус на серията. След това в разрушената зона мигрират флуиди, което води до увеличаване на налягането в порите на скалните масиви. Като резултат от това се появяват групи от по-слаби и групирани в пространството земетресения. Наблюденията в лабораторни експерименти със скални образци показват, че вариациите в b-стойността могат да се

свържат с напрежението в средата. Когато напрежението расте, *b*-стойността намалява.



Фиг. 2. *Графиката показва връзката между парметъра b и фракталната размерност* D_2.

Възможните причини за отрицателна корелация са обсъдени от Henderson (1992), който разглежда модел на сеизмичността, характеризиращ се със закон за нарастване на фрактурите, изведен от механиката на разрушенията, и който включва възможности и за двата типа корелационна връзка и положителна, и отрицателна. Моделът описва отрицателната корелация като преход от период на по-ранна разсеяна сеизмичност на събития с малък магнитуд към период на по-високи магнитуди (по-ниска стойност на *b*) и по-силно групиране след това (придружено от по-висока стойност на фракталния коефициент D_2).

Благодарности

Работата по настоящата статия е извършена в рамките на Проект 07-Ф-18 на Фонд Научни Изследвания към Пловдивски университет.

Литература

1. Mandelbrot B., The fractal geometry of nature, 1982, san francisco: Freeman and co., 460 p.
2. Садовский М.А., Л.Г. Болховитинов, В.Ф. Писаренко. Деформирование геофизической среды и сейсмический процес, М., 1987, Наука, 101 с.
3. Садовский М.А., О значении и смысле дискретности в геофизике, сб. Дискретые свойства геофизической среды, М., 1989, Наука, 95 с.
4. Hirata T., T. Satoh, K. Ito, Fractal structure of spatial distribution of microfracturing in rock,
5. Geophys.J.R.astr.Soc., 90, 1987, 369–377.
6. Гейликман М.Б., В.Ф. Писаренко, О самоподобии в геофизических явлениях, сб. Дискретые свойства геофизической среды, М., 1989, Наука, с.109–130.
7. Kagan Y., Knopoff L., Spatial distribution of earthquakes: the two-point correlation function,
8. Geophys.J.R.astr.Soc., vol.62, no.2, 1980, pp. 303–320.
9. Grassberger P., Procaccia I., On the characterization of strange attractors, Phys. Res. Lett., vol. 50, 1983, pp.346–350.
10. Aki, K., Maximum likelihood estimate ob *b* in the formula log $N = a\text{-}bm$ and its confidence, Bull. Earthquake Res. Inst., Tokyo Univ., 43, 1965, pp. 237–239.
11. Henderson, J., I. G. Main, The evolution of seismicity at Parkfield, California: observation, experiment and a fracture-mechanical interpretation, J.of Struct. Geology, vol. 14, No. 8/9, 1992, pp. 905–913.